Unidad 3

Medidas de círculos

Los círculos son redondos y existen en muchos tamaños diferentes. Una manera de comparar círculos es midiendo la distancia alrededor del círculo. En esta unidad, medirás círculos de distintas maneras y describirás su tamaño utilizando estas medidas.

Preguntas esenciales

- ¿De qué manera medimos círculos cuando todas nuestras herramientas son rectas?
- ¿Qué es π y qué tiene que ver con los círculos?
- ¿De qué manera ayudan los cuadrados a medir el espacio dentro de los círculos?

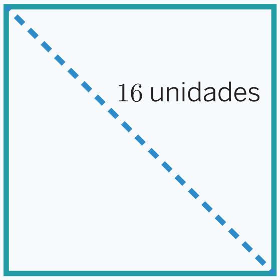
Resumen | Lección 1

Las relaciones proporcionales pueden aparecer en geometría cuando observas copias a escala de figuras.

Algunos ejemplos de estas relaciones proporcionales incluyen:

- Las longitudes de lado de un cuadrado y su perímetro
- La longitud de la diagonal de un cuadrado y su perímetro
- La longitud de la diagonal de un octágono y su perímetro

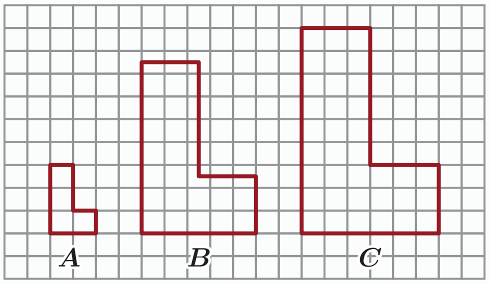
Debido a que la relación entre la longitud de la diagonal y el perímetro de un cuadrado es proporcional, puedes determinar una de las medidas si conoces la otra.



Por ejemplo, para determinar el perímetro de un cuadrado cuya longitud diagonal mide 16 unidades, puedes multiplicar por la constante de proporcionalidad, aproximadamente 2.83. $16 \cdot 2.83 \approx 45$ unidades.

Prueba a hacer esto

Las figuras A, B y C son copias a escala. Esta tabla muestra la relación entre la altura y el perímetro de cada figura.



a ¿Es proporcional la relación? Explica tu razonamiento.

b ¿Cuál sería el perímetro de una copia a escala con una altura de 12 unidades?

Altura (unidades)	Perímetro (unidades)
3	10
7.5	25
9	30
12	

Resumen | Lección 2

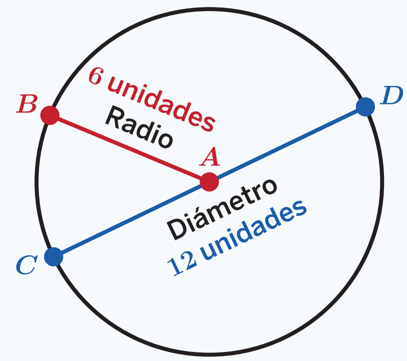
Un *círculo* es una figura formada por todos los puntos que están a la misma distancia de un punto central.

Puedes medir un círculo con su **radio**. Un radio es un segmento de recta que conecta el centro de un círculo con un punto del círculo. Todos los radios de un círculo tienen la misma longitud.

También puedes medir un círculo con su **diámetro**, que es la distancia desde un punto de un círculo, a través del centro, hasta otro punto del círculo. También es la distancia mayor entre un punto y otro en un círculo.

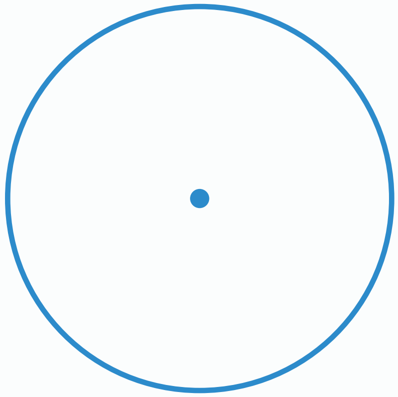
En cualquier círculo, la longitud del diámetro es dos veces la longitud del radio.

Por ejemplo, este es un círculo. El radio AB mide 6 unidades. El diámetro CD mide 12 unidades.



Prueba a hacer esto

Este es un círculo. Dibuja y rotula un radio y un diámetro.



Resumen | Lección 3

La distancia alrededor de un círculo se conoce como **circunferencia**. Existe una relación proporcional entre el *diámetro* de un círculo y su circunferencia. La *constante de proporcionalidad* de esa relación es π (**pi**). π suele expresarse aproximado a 3.14 o $\frac{22}{7}$.

Para cualquier círculo, podemos calcular la circunferencia, C, usando la ecuación $C = \pi d$.

Por ejemplo, si el diámetro de un círculo mide 7 unidades, la circunferencia del círculo puede calcularse aproximadamente como $7 \cdot 3.14 = 21.98$. Más exactamente, $C = 7\pi$ unidades.

Si conocemos el *radio* de un círculo, podemos calcular la circunferencia determinando primero el diámetro, para después usar la ecuación $C = \pi d$.

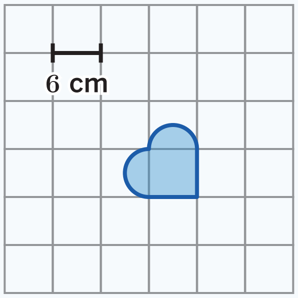
Prueba a hacer esto

¿Cuál es la circunferencia de un círculo con un radio de 3 unidades?

Puedes usar lo que sabes acerca del perímetro de cuadrados y rectángulos, así como de la circunferencia de los círculos, para hallar el perímetro de figuras complejas.

- Determina de qué partes está hecha, tales como semicírculos, cuartos de círculos y secciones rectas.
- Determina la longitud de cada sección recta y el radio o diámetro de cada círculo parcial.
- Determina el perímetro o la circunferencia de cada parte.
- Súmalos para obtener el perímetro total.

El perímetro de la figura con forma de corazón está compuesto de 2 semicírculos y 2 secciones rectas. La *escala* es de 6 centímetros.

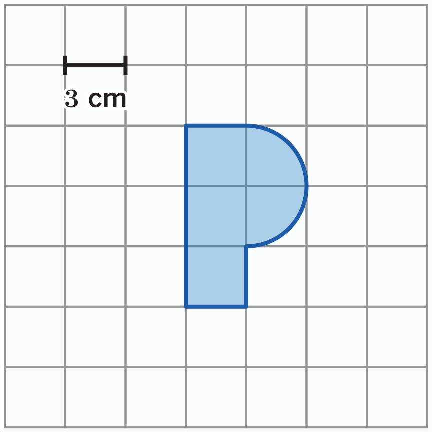


Cada semicírculo tiene un diámetro de 6 centímetros. Juntos componen un círculo completo con un diámetro de 6 centímetros y una circunferencia de $6 \cdot \pi = 6\pi$ centímetros. Cada lado recto mide 6 centímetros de largo.

El perímetro total mide $6\pi + 12$ centímetros.

Prueba a hacer esto

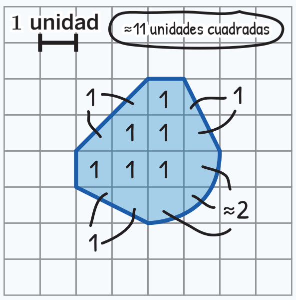
Determina el perímetro de esta figura.



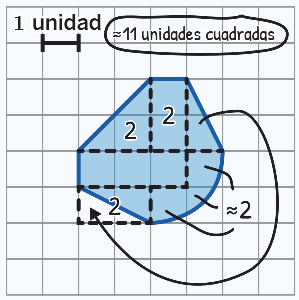
Hay muchas maneras de hallar el *área* de una figura compleja en una cuadrícula.

Estas son algunas de las estrategias que puedes usar:

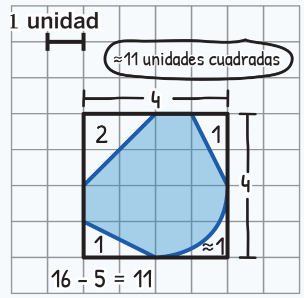
Contar cuadrados completos y parciales



Descomponer y reorganizar

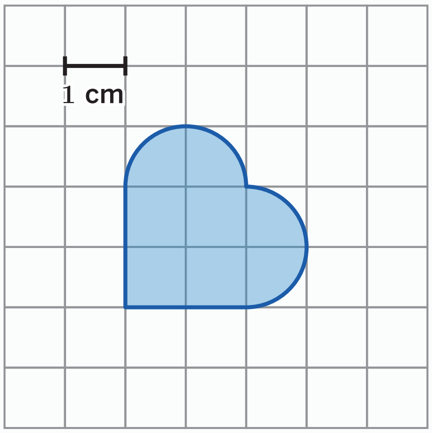


Rodear y restar



Prueba a hacer esto

Estima el área de esta figura.



Puedes usar los cuadrados de radio para estimar el área del un círculo.

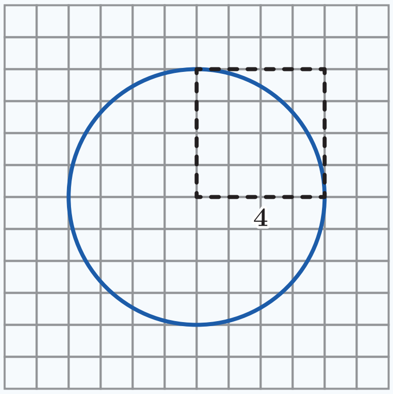
Un cuadrado de radio es un cuadrado cuya longitud de lado es igual al radio del círculo.

Al desarmar y reacomodar los cuadrados de radio, se necesita un poco más que 3 cuadrados de radio para cubrir un círculo. Esto significa que el área de un círculo equivale a un poco más que tres veces el área del cuadrado de radio.

En el ejemplo, el radio mide 4 unidades.

El área del cuadrado de radio mide $4 \cdot 4$ o 4^2, lo que es igual a 16 unidades cuadradas.

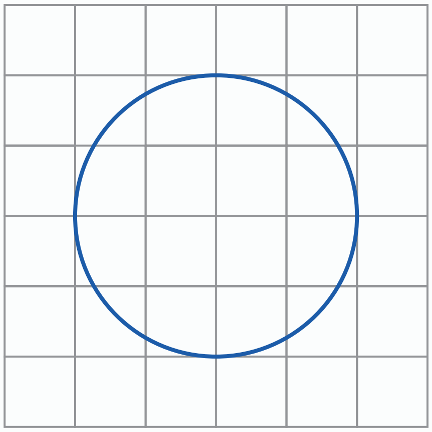
Ya que lleva un poco más que 3 cuadrados de radio cubrir un círculo, el área del círculo es un poco más que $3 \cdot 16$, o bien, un poco más que 48 unidades cuadradas.



Prueba a hacer esto

a Dibuja un cuadrado de radio para este círculo. Luego determina el área del cuadrado de radio.

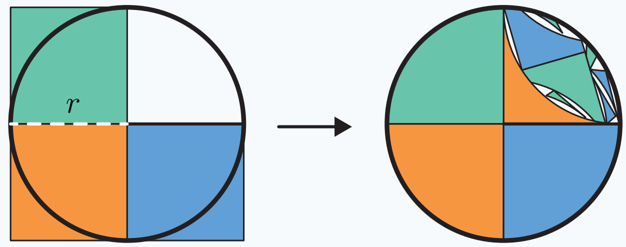
b Estima el área del círculo. Explica tu razonamiento.



Resumen | Lección 7

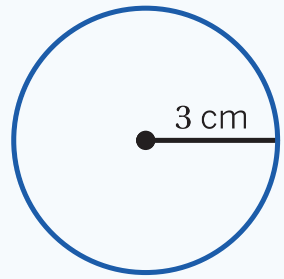
Se puede hallar el área de un círculo si se conoce la longitud de su radio, r.

El área *aproximada* de un círculo equivale a un poco más que el área de 3 cuadrados de radio. Cada cuadrado de radio tiene un área de r^2.



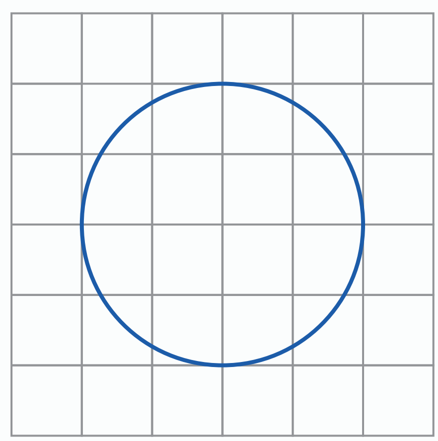
El área *exacta* de un círculo es igual al área de π cuadrados de radio. Esto se puede expresar con la fórmula $A = \pi \cdot r^2$.

Por ejemplo, para hallar el área de un círculo con un radio de 3 centímetros, se puede calcular 3^2, y multiplicar el resultado por π. El área del círculo es 9π centímetros cuadrados.



Prueba a hacer esto

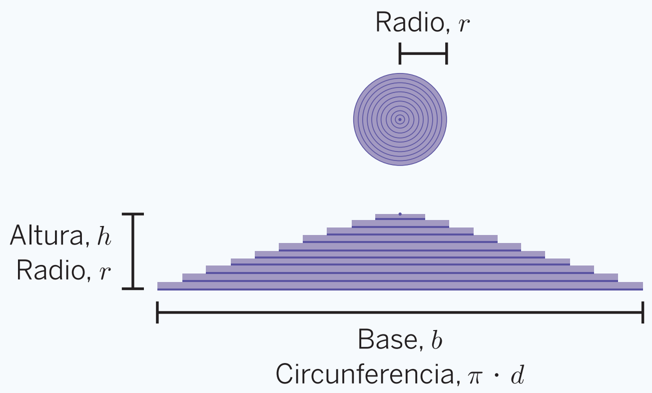
Determina el área *exacta* de este círculo.



Resumen | Lección 8

Si se desarma un círculo y se lo reorganiza de modo que se asemeje a un triángulo, la fórmula del área del círculo se puede relacionar con la fórmula del área del triángulo.

Esto nos ayuda a interpretar cada una de las partes de la fórmula del área de un círculo.



- El radio de un círculo es r y la circunferencia es $\pi \cdot d$, por lo que se pueden introducir esos valores en la ecuación para obtener el área de un triángulo.
- Se puede sustituir d por $2 \cdot r$.
- $\frac{1}{2} \cdot 2 = 1$, lo que deja $A = \pi \cdot r^2$.

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot (\pi \cdot \boldsymbol{d}) \cdot \boldsymbol{r}$$

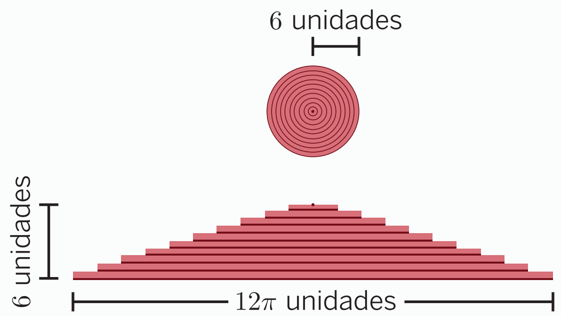
$$A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (2 \cdot r) \cdot r$$

$$A = \pi \cdot \boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{r}$$

$$A = \pi \cdot \boldsymbol{r}^2$$

Prueba a hacer esto

Este es un círculo cortado en anillos y desenrollado en forma de triángulo.

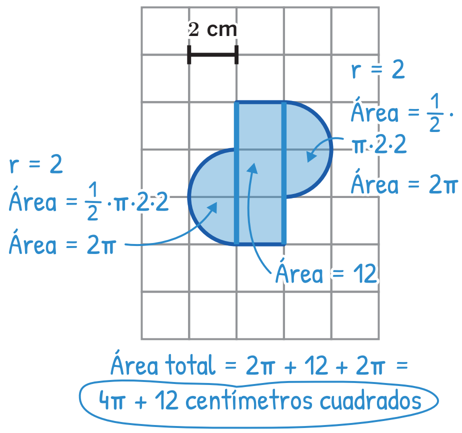
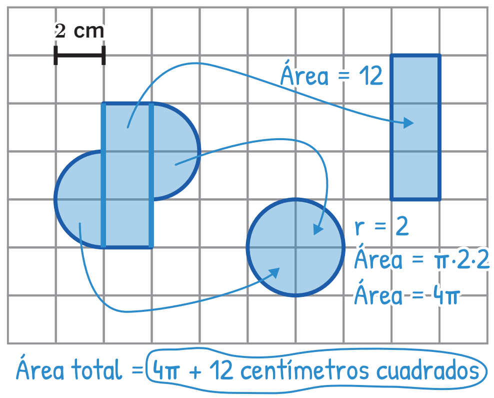


a Calcula el área del círculo.

b Calcula el área del triángulo.

c ¿Cómo se relacionan las dos áreas?

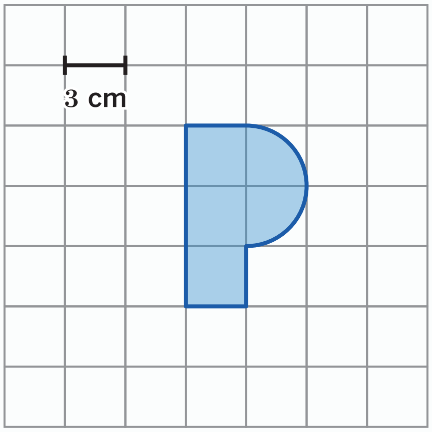
Se pueden usar varias estrategias y distintas formas de pensar para calcular el área de figuras complejas. Estas son dos formas de calcular el área de esta figura:

Estrategia 1	Estrategia 2
	

Al principio, es probable que el camino hacia la solución no sea obvio, pero al descomponer la figura en cuadrados, círculos y partes de círculos, ¡se puede resolver!

Prueba a hacer esto

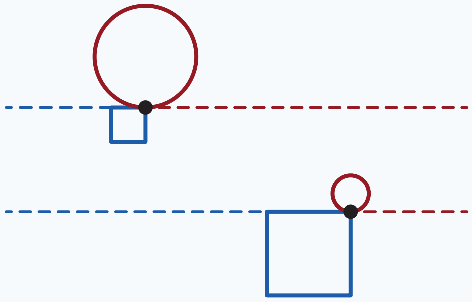
Determina el área de esta figura.



Resumen | Lección 10

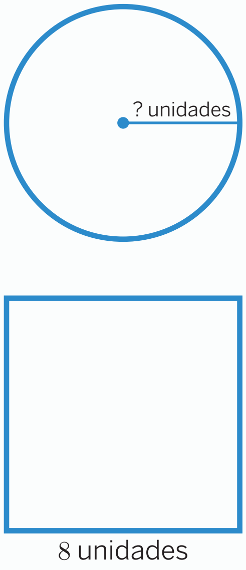
Una de las partes más divertidas de las matemáticas es poder poner a prueba tus predicciones usando cálculos. Puedes hacer una predicción sobre algo, como cuándo será mayor el área total del cuadrado y el círculo, y luego determinar qué tan cerca está tu predicción de la respuesta real.

A veces, tu predicción resulta ser correcta. Otras veces, ¡tienes la oportunidad de sorprenderte y maravillarte al descubrir algo inesperado!



Prueba a hacer esto

El perímetro de este cuadrado es igual a la circunferencia de este círculo.



a ¿Cuál es el radio del círculo?

b ¿Cuál es el *área* del círculo?

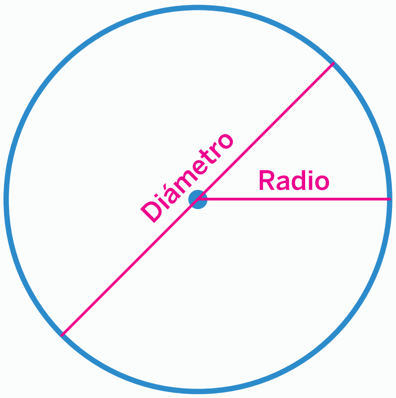
Lección 1

a Sí. *Las explicaciones pueden variar.* La relación es proporcional porque cada altura puede multiplicarse por $\frac{10}{3}$ para obtener el perímetro correspondiente.

b 40 unidades. Una estrategia consiste en multiplicar la altura por el factor de escala $\frac{10}{3}$, y $12 \cdot \frac{10}{3} = 40$ unidades. Otra estrategia consiste en usar los valores de la figura A. Como la altura es 4 veces mayor ($3 \cdot 4 = 12$), el perímetro también será 4 veces mayor y $10 \cdot 4 = 40$ unidades.

Lección 2

Los dibujos pueden variar.



Lección 3

6π unidades, 18.84 unidades o $\frac{132}{7}$ unidades. *Las respuestas pueden variar, ya que los estudiantes pueden utilizar π, 3.14 o $\frac{22}{7}$ en sus cálculos.*

Lección 4

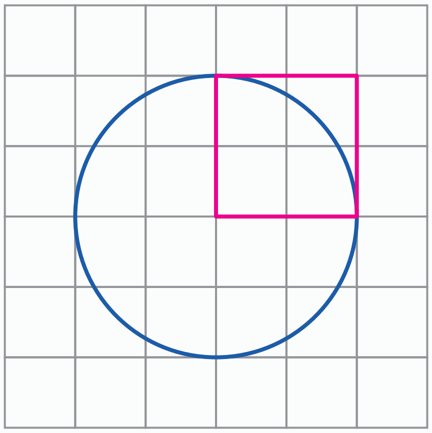
$3\pi + 18$, 27.42 o $\frac{192}{7}$ centímetros. *Las respuestas pueden variar, ya que los estudiantes pueden utilizar π, 3.14 o $\frac{22}{7}$ en sus cálculos.* Hay seis lados de 3 centímetros de largo, que miden un total de 18 centímetros. También hay un semicírculo con un diámetro de 6 centímetros. Si fuera un círculo entero, su circunferencia sería de 6π centímetros. Como es solo la mitad del círculo, la longitud del lado curvo es de 3π centímetros. Si sumamos las longitudes del lado curvo y los lados rectos, obtenemos un perímetro de $3\pi + 18$ centímetros.

Lección 5

Las respuestas pueden variar. El área es de poco más de 7 centímetros cuadrados. Hay un cuadrado de 2 por 2 centímetros con un área de 4 centímetros cuadrados. También hay dos semicírculos, que parecen tener un área combinada de poco más de 3 centímetros cuadrados.

Lección 6

a



El área del cuadrado de radio es de 4 unidades cuadradas.

b *Las respuestas pueden variar*. Un cuadrado de radio mide 4 unidades cuadradas y se necesitan poco más de 3 cuadrados de radio para cubrir el círculo completo. Como $4 \cdot 3 = 12$, el área del círculo es de un poco más de 12 unidades cuadradas.

Lección 7

4π unidades cuadradas. Para determinar el área exacta, usa la fórmula $A = \pi r^2$. El radio de este círculo es de 2 unidades, por lo que el área es de $\pi \cdot 2^2$ o 4π.

Lección 8

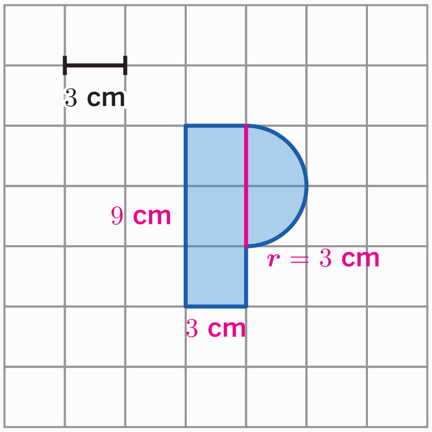
a 36π unidades cuadradas. La fórmula del área de un círculo es $A = \pi r^2$. Como el radio es de 6 unidades, el área es de $\pi \cdot 6^2$ o 36π unidades cuadradas.

b 36π unidades cuadradas. Para calcular el área del triángulo, multiplica la base (12π unidades) por la altura (6 unidades) y luego divide por 2.
$12\pi \cdot 6 = 72\pi$, y $\frac{72\pi}{2} = 36\pi$.

c *Las respuestas pueden variar*. Las áreas son iguales. Esto es así porque el triángulo y el círculo cubren la misma cantidad total de espacio, solo que dispuestos de forma diferente.

Lección 9

$4.5\pi + 27$ centímetros cuadrados



Una estrategia consiste en dividir la figura en un rectángulo y un semicírculo, determinar el área de cada parte y luego sumarlas.

El rectángulo tiene un área de $3 \cdot 9 = 27$ centímetros cuadrados.

El semicírculo es la mitad de un círculo con un radio de 3 centímetros. El área del círculo entero sería de 9π centímetros cuadrados, por lo que el semicírculo tiene un área de $\frac{9\pi}{2} = 4.5\pi$ centímetros cuadrados.

Eso significa que el área total de esta figura es de $4.5\pi + 27$ centímetros cuadrados.

Lección 10

a. $\frac{16}{\pi}$ unidades (aproximadamente 5.09 unidades). *Las respuestas pueden variar, ya que los estudiantes pueden utilizar* π, 3.14 *o* $\frac{22}{7}$ *en sus cálculos*. El cuadrado tiene un perímetro de $8 \cdot 4 = 32$ unidades. Esto es igual a la circunferencia del círculo. Ya que la fórmula de la circunferencia de un círculo es $C = 2\pi r$, si dividimos la circunferencia por 2π obtendremos el radio del círculo. $\frac{32}{2\pi} = \frac{16}{\pi} \approx 5.09$ unidades.

b. $\frac{256}{\pi}$ unidades (aproximadamente 81.53 unidades). *Las respuestas pueden variar, ya que los estudiantes pueden utilizar* π, 3.14 *o* $\frac{22}{7}$ *en sus cálculos*. El círculo tiene un radio de $\frac{16}{\pi}$ unidades. Ya que $A = \pi r^2$, el área de este círculo es de $\pi \times \left(\frac{16}{\pi}\right)^2 = \frac{256\pi}{\pi^2} = \frac{256}{\pi}$ unidades cuadradas.

Grade 7 Unit 3 Glossary/7.º grado Unidad 3 Glosario

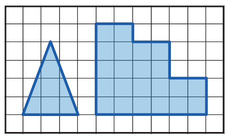
English

A

approximation A rounded value that you can use to represent a number that may be difficult to work with, such as an irrational number or a repeating decimal.

For example, the exact value of pi (π) is an irrational number, so we often use the approximate value of 3.14 in calculations involving pi.

area The space inside a two-dimensional figure. It is expressed in square units.



The area of the triangle is 6 square units. The area of the other shape is 22 square units.

C

circle A shape made out of all the points that are the same distance from a center point.

circumference The distance around a circle. If you imagine a circle as a piece of string, it is the length of the string. The circumference of a circle, C, can be calculated with the formula $C = \pi d$, where d is the diameter of the circle, or $C = 2\pi r$, where r is the radius.

constant of proportionality In a proportional relationship, the number used to multiply the values for one quantity to get the values for the other quantity is called the constant of proportionality.

Carpet (sq. ft)	Cost (dollars)
$10 \xleftarrow{\times\frac{2}{3}}$	15.00
$20 \xleftarrow{\times\frac{2}{3}}$	30.00
$50 \xleftarrow{\times\frac{2}{3}}$	75.00

In this table, one constant of proportionality is $\frac{2}{3}$.

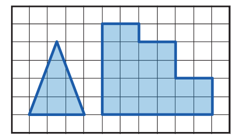
Español

A

aproximación Un valor redondeado que se puede usar para representar un número con el que podría ser complicado trabajar, como un número irracional o un decimal periódico.

Por ejemplo, el valor exacto de pi (π) es un número irracional, así que a menudo usamos el valor aproximado de 3.14 en cálculos que incluyen pi.

área El espacio dentro de una figura bidimensional. Se expresa en unidades cuadradas.



El área del triángulo mide 6 unidades cuadradas. El área de la otra figura mide 22 unidades cuadradas.

C

círculo Una figura formada por todos los puntos que están a la misma distancia de un punto central.

circunferencia La distancia alrededor de un círculo. Si imaginamos el círculo como un trozo de cuerda, es la longitud de la cuerda. La circunferencia de un círculo, C, puede calcularse mediante la fórmula $C = \pi d$, donde d es el diámetro del círculo, o $C = 2\pi r$, donde r es el radio.

constante de proporcionalidad En una relación proporcional, una constante de proporcionalidad es el número que se puede usar para multiplicar los valores de una cantidad para obtener los valores de la otra cantidad.

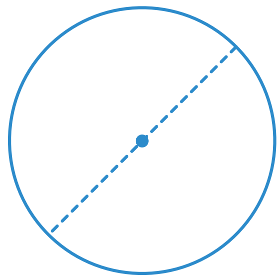
Alfombra (pies cuadrados)	Costo (dólares)
$10 \xleftarrow{\times\frac{2}{3}}$	15.00
$20 \xleftarrow{\times\frac{2}{3}}$	30.00
$50 \xleftarrow{\times\frac{2}{3}}$	75.00

En esta tabla, una constante de proporcionalidad es $\frac{2}{3}$.

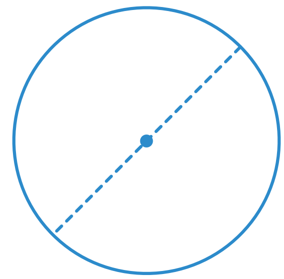
English	Español

D

diameter The distance from one point on a circle through the center to another point on the circle. It is also the longest distance across the circle.



diámetro La distancia entre un punto y otro en un círculo, pasando por el centro. También es la distancia mayor entre un punto y otro en un círculo.



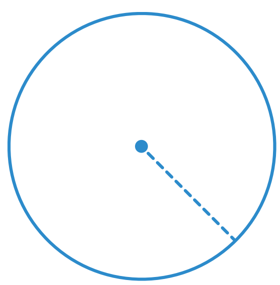
P

pi A number that represents the constant of proportionality between the diameter and circumference of any circle. The symbol for pi is π. Some common approximations for π are 3.14 and $\frac{22}{7}$.

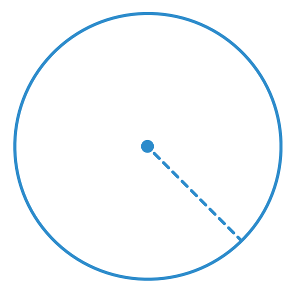
pi Un número que representa la constante de proporcionalidad entre el diámetro y la circunferencia de cualquier círculo. El símbolo de pi es π. Algunas aproximaciones comunes de π son 3.14 y $\frac{22}{7}$.

R

radius A line segment that connects the center of a circle with a point on the circle. Every radius of a circle is the same length.

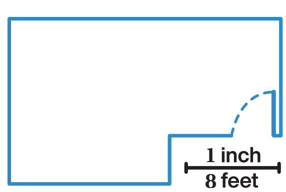


radio Un segmento de recta que conecta el centro de un círculo con un punto del círculo. Todos los radios de un círculo tienen la misma longitud.



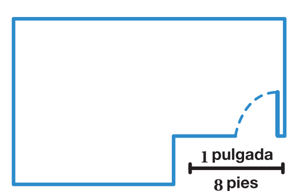
S

scale A scale tells us how the actual measurements of an object are represented in a drawing.



The scale of this floor plan tells us that 1 inch on the drawing represents 8 feet in the actual room.

escala Una escala nos indica cómo están representadas en un dibujo o diagrama las medidas reales de un objeto.



La escala de este plano nos indica que 1 pulgada en el dibujo representa 8 pies en la habitación real.